Bases Set Theory

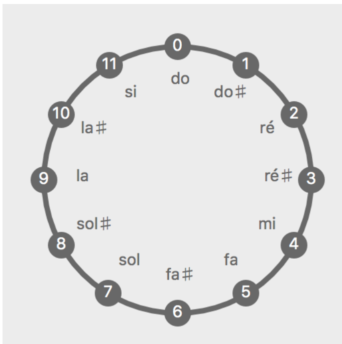
0.1 Historique rapide

La Set Theory est une méthode d'analyse et de composition qui prend sa genèse dans les travaux du compositeur américain Milton Babbit puis poursuivi, formalisé par le théoricien Allen Forte dans son ouvrage fondateur The Structure of Atonal Music publié en 1973, un travail qui fut prolongé par des musiciens/chercheurs/musicologues comme Georges Perle ("Serial Composition And Atonality" et "Twelve Tone Tonality"), Joseph N. Strauss (Introduction to Post-Tonal Theory), John Rahn (Basic Atonal Theory), ou plus actuel comme Richard Cohn (Introduction to Neo-Riemannian Theory : A Survey and a Historical Perspective) ou David Lewin ("Generalized Musical Intervals and Transformations" et "Musical Form and Transformation" - deux ouvrages distribués en Google Books (via Google Play) - ou encore Stephen Heinemann (Pitch-Class set multiplication in Boulez's Le marteau sans maître) qui permet avec les outils de la Set Theory de comprendre "pas à pas" et calculer les multiplications d'accords à partir de la méthode développée par Pierre Boulez dans le Marteau sans Maître et "Tombeau" dédié à Igor Stravinski.

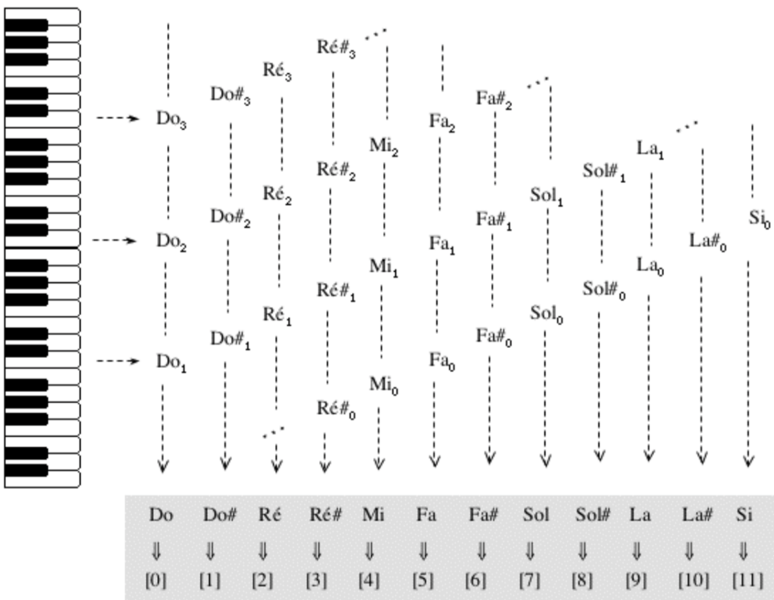
Toutefois, même si la Set Theory a pris naissance aux Etats-Unis, un certain nombre de travaux similaires étaient menés par des théoriciens européens comme Sergueï Tanaïev, Ferruccio Busoni, Joseph Mathias Hauer, Edmond Costère, Heinrich Simbringer, Anatol Vieru, etc. En France, dès le début des années 2000, l'Ircam implémentait les outils de la Set Theory développés par Janusz Podrazik (créateur du logiciel de Composition Assistée par Ordinateur Opusmodus) dans son logiciel phare Open Music. Et le musicien/mathématicien/chercheur à l'Ircam, Moreno Andreatta qui militait pour une musicologie computationnelle, mettait en ligne un grand nombre de documents très complets et très pédagogiques sur la Set Theory tandis que nombreux musicologues comme Célestin Deliège, adoptaient la notation numérique en entiers (integers) de la Set Theory dans leurs articles, contributions ouvrages théoriques.

0.2 La notation numérique modulo 12 et Classes de Hauteurs

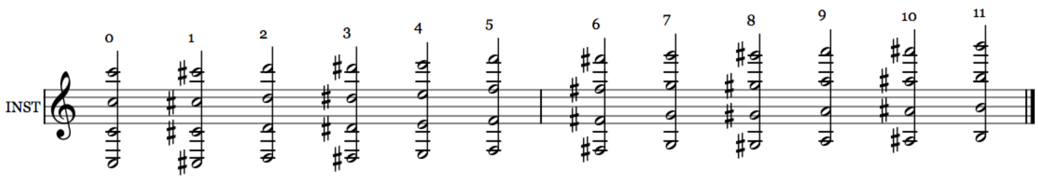
L'échelle chromatique de Do à Do est représentée par une notation en entiers de 0 à 11, modulo 12. Concrètement cela correspond à la division horaire d'un cadran d'horloge ou aéronautique avec conversion mod 12 intégrée pour celui-ci => **15-12 = 3**,**17-12 = 5**, **19-12 = 7**, **21-12 = 9** :



Et avec la particularité que les **Classes de Hauteurs** sont représentées, comme le souligne Moreno Andreatta (1), via une double simplification. C'est à dire avec l'équivalence enharmonique d'une part :



et d'octave contrairement à la disposition des notes d'un clavier :



Notation des intervalles et Classes d'intervalles :

$P1$	$m2$	$M2$	$m3$	$M3$	$P4$	TT	$P5$	$m6$	$M6$	$m7$	$M7$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Hauteurs	*C*		*D*		*E*	*F*		*G*		*A*		*B*
1/2 tons/mod12	**0**	1	**2**	3	**4**	**5**	6	**7**	8	**9**	10	**11**
0 Unisson	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 Seconde mineure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
2 Seconde majeure	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1
3 Tierce mineure	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2
4 Tierce majeure	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3
5 Quarte	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4
6 Quarte augmentée	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5
7 Quinte	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6
8 Sixte mineure	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7
9 Sixte majeure	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8
10 Septième mineure	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11Septième majeure	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

La notation des intervalles s'effectue par demi-ton et elle est de fait similaire à la notation des hauteurs. Pour effectuer des opérations de transpositions, par exemple obtenir la gamme de Do en additionnant trois quintes à partir de Fa, on sélectionne dans la table la quinte et la colonne du Fa : $\mathbf{5} + 7 = \mathbf{0}$, $0 + 7 = \mathbf{7}$, $7 + 7 =$ 14-12 $= \mathbf{2}$ puis trois tierces à partir des résultats obtenus, on sélectionne dans la table la tierce et la colonne du Fa soit : $5 + 4 = \mathbf{9}$, $0 + 4 = \mathbf{4}$, $7 + 4 = \mathbf{11}$. Soit : 5, 9, 0, 4, 7, 11 / Fa, La, Do, Mi, Sol, Si, Ré ou ordonné par rapport à Do : 0, 2 4 5, 7 9, 11 / Do, Ré, Mi, Fa, Sol, La, Si.

$P1$	$m2$	$M2$	$m3$	$M3$	$P4$	TT	$P5$	$m6$	$M6$	$m7$	$M7$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Intervalle	IC	Inversion de l'Intervalle
Seconde mineure	ic **1**	Septième majeure
Seconde majeure	ic **2**	Septième mineure
Tierce mineure	ic **3**	Sixte majeure
Tierce majeure	ic **4**	Sixte mineure
Quarte Juste	ic **5**	Quinte juste
Quarte augmentée	ic **6**	Quinte diminuée

Toutefois, il y a une différence entre la notation des intervalles par $1/2$ tons et les classes d'intervalles qui en compte six. La

$$\frac{12!}{6! \times (12-6)!} = 924$$

$$\frac{12!}{6! \times (12-6)!} = 924$$

$$\frac{12!}{6! \times (12-6)!} = 924$$

$$f_t = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

La vibration de torsion :

$$f_r = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

La vibration longitudinale :

$$f_l = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Texmaker est un éditeur qui permet d'écrire des textes sous format Latex avec des formules ou d'équations mathématiques Ainsi, pour exemple, cette formule `2^(1/12)^7*261.62= 391,987 Hz`, convertie en code Latex : `\left(\sqrt [12] {2}\right) ^{7}\times 261,62=391,987 Hz`, s'affichera dans le texte :

$$\left(\sqrt[12]{2}\right)^{7} \times 261,62 = 391,987 Hz$$

Remarque :